¿VOTACIONES DEMOCRÁTICAS?

1. ¿SON LAS VOTACIONES DEMOCRÁTICAS?

Supongamos una clase con 49 alumnos que tienen que elegir a su delegado. Hay tres candidatos que llamaremos A, B y C. Cada compañero tiene sus preferencias. Una suposición razonable es que si un votante prefiere a A antes que a B y a B antes que a C, entonces también preferirá a A antes que a C (transitividad). Esto permite asociar a cada votante un orden de preferencia que indicaremos A>B>C.

Supongamos que en nuestra clase los órdenes de preferencia son:

A>C>B	C>A>B	C>B>A	B>C>A	B>A>C	A>B>C
21	3	4	16	5	0

Si se elige el candidato por votación única y cada alumno vota a su candidato preferido los resultados serán:

A	B	C
21	16+5	3+4

Para romper el empate entre A y B se hace una nueva votación, en la que sólo se vota a los que quedan en esta segunda vuelta (sistema de votación francés) entonces el resultado es:

A	B
21+3	4+16+5

Entonces gana B con 25 votos frente a los 24 de A.

Cuando van a nombrar a B delegado, un seguidor de C pide que levanten la mano los que prefieren a C antes que a B, y para sorpresa de todos:

B	C
16+5	21+3+4

Si una minoría prefiere a B frente a C se debe elegirse a C.

Entonces un seguidor de A pregunta: ¿Quién prefiere a A antes que a C?

El resultado es:

A	C
21+5	3+4+16

La confusión se apodera de los alumnos.

Hemos sido víctimas de la *paradoja de Condorcet*, en honor de Antoine Caritat Condorcet, que estudió el problema a finales del siglo XVIII con la intención de encontrar el tamaño óptimo de los jurados de la Revolución francesa.

La paradoja advierte que la transitividad de las preferencias individuales no tiene por qué dar lugar a transitividad en las preferencias colectivas.

El hecho de que una mayoría prefiera a A antes que a C y a C antes que a B, no conduce necesariamente a que prefieran a A antes que a B. Se produce un proceso cíclico.

La paradoja de *Condorcet* no se produce siempre. Si eliminamos a los votantes cuya preferencia es B>A>C

A>C>B	C>A>B	C>B>A	B>C>A	B>A>C	A>B>C
21	3	4	16	0	0

En la primera votación se obtendría:

A	B	C
21	16	3+4

Pero en los enfrentamientos "cara a cara":

A	B
21+3	4+16

A	C
21	3+4+16

B	C
16	21+3+4

Luego C es preferido a los otros dos candidatos. Decimos que C es un *ganador Condorcet.*

Cuando el método falla como en el primer caso, se recurre a una regla sencilla:

De los enfrentamientos por "pares" se elimina el más reñido, aquel en que la diferencia entre el ganador y el perdedor es mínima. Si después de la eliminación hay un ganador *Condorcet*, éste es el candidato elegido. En caso contrario se continúa hasta que finalmente haya un ganador *Condorcet*.

En el caso anterior en el que se produce la paradoja:

A	B	diferencia
21+3	4+16+5	1
B	C	diferencia
16+5	21+3+4	7
A	C	diferencia
21+5	3+4+16	3

Si eliminamos el enfrentamiento A-B, entonces C gana a A y a B y es por tanto un ganador *Condorcet*.

Para salvar estas paradojas, en 1780, el matemático francés *Jean-Charles Borda*, cansado del sistema "un hombre-un voto" que se utilizaba en la Academia de Ciencias, propone un nuevo sistema que consideraba más justo (este sistema sólo duró 20 años pues fue prohibido por Napoleón).

El sistema es el siguiente: Cada votante debe ordenar sus candidatos por orden de preferencia. Por tanto en nuestro caso, una preferencia A>B>C daría 2 puntos a A, 1 punto a B y 0 puntos a C.

Este sistema de votación da ganador a C:

A	B	C
21*2+3+5=50	4+16*2+5*2=46	21+3*2+4*2+16=51

2. DIME CÓMO SE VOTA Y TE DIRÉ QUIEN

Vamos a ver las dificultades de que entraña elegir un sistema de votación adecuado y el poder decisivo que tiene aquel que es capaz de imponer un sistema de votación.

Un colectivo de 55 personas va a elegir a su representante entre 5 candidatos, A, B, C, D y E.

El orden de preferencia de los electores viene dado por la tabla:

18 personas	12 personas	9 personas	18 personas	4 personas	2 personas
ADECB	BEDCA	CBEDA	DCEBA	EBDCA	ECDBA

Utilizando cinco métodos de votación razonables se obtienen estos sorprendentes resultados:

1. ***Votación única***: Se vota una vez. Sale elegido el que saque más votos.

A	B	C	D	E
18	12	9	4	2

Gana A. Observa que A es la última opción para los 37 electores restantes.

2. ***Votación única***: Dos vueltas. Se vota una vez. Se elige el candidato con mayor número de votos. Se vota una segunda vuelta sólo entre estos dos. Gana el que saque más votos en esta segunda vuelta. Gana B.

1ª vuelta		2ª vuelta	
A	B	A	**B**
18	12	18	**37**

3. ***Eliminación del último***: Se vota cuatro veces sucesivamente. En cada vuelta se elimina el último. Se elige al que queda. Gana C.

A: 18	**B:12**	**C: 9**	**D: 4**	E: 2
A: 18	**B:16**	**C: 12**	D: 9	
A: 18	B:16	**C: 21**		
A: 18	**C: 21**			

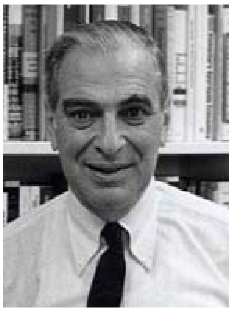
4. ***Votación ponderada***: Se asignan 5 puntos a la primera opción de cada elector, 4 puntos a la segunda, 3 a la tercera, 2 a la cuarta y 1 a la quinta. Sale elegido quien tenga más puntos. Este método es el de *Borda*. Gana D.

A	B	C	**D**	E
127	156	162	**191**	189

5. ***Método de Condorcet***: Se establece una elección entre dos candidatos. Si un candidato gana a todos los demás es el ganador. En este caso hay 10 emparejamientos. Gana E.
Los resultados de los diferentes emparejamientos son:

A	B	A	C	A	D	A	**E**	B	C
18	37	18	37	18	37	18	**37**	16	39
B	D	B	**E**	C	D	C	**E**	D	**E**
26	29	22	**33**	2	43	19	**36**	27	**28**

3. LA DEMOCRACIA, ¿ES POSIBLE?



En 1952 *Kenneth Arrow*, un economista matemático norteamericano, llegó a demostrar que es imposible diseñar un sistema de votación perfecto. Señaló cinco características que debería poseer cualquier sistema razonable para que un colectivo llegue a adoptar decisiones, teniendo en cuenta los deseos de sus componentes.
Siguiendo el método axiomático demostró que era imposible diseñar un sistema de votación que en todos los casos posibles respetara esas cinco características razonablemente convenidas. Es decir cualquier sistema de votación elegido viola alguno de esos axiomas. De hecho sólo sería posible en aquel que haya un elector fijo tal que el resultado de la elección coincida siempre con sus preferencias. Es decir que exista un "dictador". Conocido como teorema de Arrow, postularía que el único sistema electoral libre de paradojas es una dictadura. Por estos trabajos recibió el premio Nobel de Economía en 1972.

¿Significa esto que la democracia es una ilusión? ¿Una sociedad civilizada está obligada a elegir entre incoherencias y dictaduras?.
Afortunadamente NO. Una serie de resultados demostrados en esta década por el matemático Donald Saari de Northwest University muestran que las hipótesis del Teorema de Arrow permiten que los electores sean irracionales, esto es, que puedan hacer elecciones transitivas y de ahí las paradojas.

Adoptando unas hipótesis semejantes a las de Arrow pero que excluían de partida esas posibles paradojas, el resultado de Saari es nuevamente sorprendente. El único proceso democrático que asegura una elección justa es el viejo recuento de Borda. ¡La democracia está salvada!.